

УДК 631.372

Анализ траектории движения сельскохозяйственного агрегата*Сергеев Н.В., Липкович И.Э.**Азово-Черноморский инженерный институт Донской ГАУ***Аннотация**

Такие показатели агрегата в движении рыскания, как устойчивость, маневренность, чувствительность к возмущающим воздействиям существенно зависят от увода шин трактора. Между тем, боковой увод шин, применительно к условиям качения тракторных колес, когда контактный отпечаток скользит относительно опорной поверхности, например, при буксовании ведущего колеса, вообще не исследован. В результате этого допускаются значительные ошибки при оценке увода ведущих колес. Качественные особенности увода тракторных колес на сминаемом грунте в конечном итоге существенно влияют на указанные динамические показатели агрегата, точность его движения и производительность.

Ключевые слова: АГРЕГАТ, ТРАЕКТОРИЯ, ЦЕНТР МАСС, УГОЛ УВОДА, МОМЕНТ ИНЕРЦИИ, ОТКЛОНЯЮЩИЙ МОМЕНТ

При выполнении различных сельскохозяйственных операций траектории движения агрегатов имеют разный характер. Траектория криволинейного движения может быть представлена как совокупность углов отклонения трактора и машины и траектории движения произвольной точки трактора (машины), жестко связанной с его остовом (центра масс, центра задней оси и т.д.). При этом назовем расчетной или заданной ту траекторию движения, которая определяется технологическим процессом выполняемой операции.

Движение агрегата будет соответствовать расчетному при отсутствии возмущающих воздействий и при идеальной работе системы управления. В действительности же при движении агрегата на трактор действуют различного рода внешние возмущения; причем управляющее воздействие со стороны водителя зачастую также ведет к изменению параметров движения в нежелательную сторону.

Движение рыскания агрегата при отсутствии внешних сил и моментов будем

называть свободным. Считается, что при этом отсутствует и воздействие водителя на органы управления, так как включение системы управления трактора приводит к появлению поворачивающего момента. Движение агрегата при действии внешних сил является вынужденным, причем вынужденное движение при идеальном воздействии и отсутствии остальных внешних сил соответствует заданному.

Разница между параметрами действительного и заданного движений называется отклонением или ошибкой. Очевидно, для плоскопараллельного движения агрегата значение ошибки позволяет судить о качестве управления (точности движения по заданной траектории). Величина ошибки (отклонения) будет зависеть от управляющего и возмущающего воздействий и от динамических показателей агрегата – таких, как устойчивость, маневренность, чувствительность к возмущающим воздействиям.

Движение агрегата рассматриваем на местности, представляющей собой горизонтальный или с определенным углом склона участок. Агрегат состоит из трактора типа МТЗ (класса 1,4) и рабочей машины (культиватор, сеялка и т.д.).

В дальнейшем анализе принимаем следующие допущения:

1. Поступательная скорость трактора V_0 и горизонтальная составляющая тягового сопротивления машины $R_{кр}$ – постоянные величины.

2. Отмечая, что боковой увод колеса на сминаемом грунте является следствием боковой эластичности шины и скольжения отпечатка в боковом направлении, пренебрегаем величиной боковой деформации шины (в реальных условиях боковая деформация шины не превышает 1 см) [1]. Пренебрегаем также упругими связями и трением между звеньями агрегата.

3. Коэффициенты сопротивления боковому уводу передней K_n , задней K_3 осей трактора и коэффициент сопротивления уводу машины K_m для определенных пределов изменения нагрузок являются постоянными величинами. В реальных условиях изменение указанных коэффициентов и, значит, коэффициентов уравнений, как показывают наши исследования, не превышает 12–15%, что доказывает обоснованность применения метода «замораживания» коэффициентов [2].

4. Вследствие малости, по сравнению с основными моментами, действующими на агрегат, реактивным моментом сопротивления повороту колес трактора, а также гироскопическими и центробежными моментами касательных сил инерции пренебрегаем. Считаем, что реактивный момент сопротивления повороту машины M_p пропорционален

угловой скорости поворота Ω_m при малом изменении последней.

5. Изменение боковых сил, действующих на трактор и машину, не вызывает изменения соответствующих отклоняющих моментов.

Ограничимся исследованием криволинейного движения агрегата для наиболее простого, но в то же время наиболее распространенного в практике случая, когда угловые скорости поворота и отклонения трактора и машины и, значит, боковые составляющие скоростей и ускорений точек агрегата в заданном движении являются малыми величинами. При этом малыми величинами будут также углы увода колес трактора и машины и угол поворота направляющих колес трактора.

Считаем движение агрегата плоским; влияние колебаний вследствие микронеровностей поля и эластичности шин будем учитывать в виде возмущающих воздействий.

Рассмотрим движение агрегата для трех случаев:

1. Навеска рабочей машины на трактор до определенных углов поворота продольных тяг в боковом направлении имеет степень свободы – неблокированная навеска.
2. Блокированная в боковом направлении навеска машины.
3. Рабочая машина прицепного типа с одной точкой крепления к трактору.

Для описания плоскопараллельного движения агрегата примем следующие системы отсчета (рис. 1):

XOY – неподвижные координатные оси;

$X_1O_1Y_1$ – подвижная система координат;

$X_0O_0Y_0$ – связанная с трактором система координат.

Положение агрегата в плоскости проекций определяется четырьмя независимыми координатами, характеризующими следующие виды движений:

1. Линейные перемещения центра инерции трактора.
2. Поворот трактора вокруг вертикальной оси, проходящей через его центры инерции.
3. Поворот машины-орудия в плоскости проекций относительно трактора.

В выбранных системах отсчета обобщенными координатами для трактора будут координаты X_m Y_m и угол φ_m между осями. Для рабочей поверхности машины обобщенной координатой, определяющей ее положение, будет угол φ_n (неблокированная навеска машины) или угол φ_m (прицепная машина). Различие обобщенных координат φ_n и φ_m

объясняется тем, что угол поворота навесной машины связан определенной зависимостью с углом поворота продольных тяг, для прицепного варианта эти углы равны.

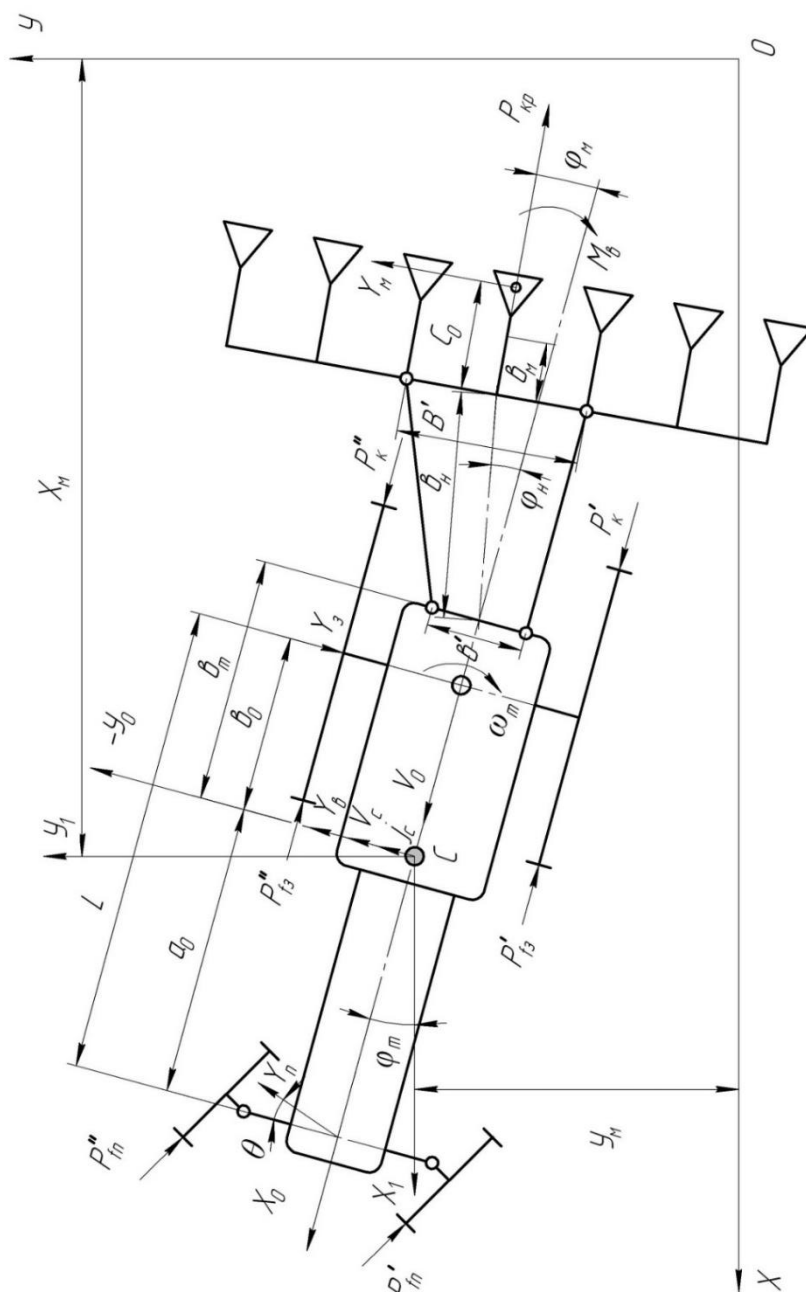


Рис. 1. Схема сил и моментов, действующих на агрегат

Для составления дифференциальных уравнений плоскопараллельного движения агрегата воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода [3]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Qq,$$

$$Qq = \frac{\partial F}{\partial q} + \frac{\partial \Pi}{\partial q} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}}, \quad (1)$$

где T , Π – соответственно кинетическая и потенциальная энергия;

Φ – диссипативная функция (функция рассеяния энергии);

q , Qq – обобщенная координата и обобщенная сила.

Основной вывод произведем для варианта неблокированной навески машины; в дальнейшем увидим, что уравнения движения агрегата с прицепной или навесной (блокированная навеска) машиной является частным случаем основных уравнений.

Кинетическую энергию агрегата выразим следующим образом:

$$T = T_m + T_M = \frac{1}{2} [m_m (\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2) + J_m \dot{\varphi}_m^2 + m_M (\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2) + J_M (\dot{\varphi}_m - \dot{\varphi}_M)^2]. \quad (2)$$

Скорость центра масс машины определим, как геометрическую сумму переносной и относительной скоростей. Предварительно навеску со степенью свободы в боковом направлении заменим математической моделью, характеризующейся поворотом продольных тяг на угол φ_H относительно трактора и поворотом машины относительно продольной тяги на угол $\varphi_m - \varphi_M$. Действительно, на основании простых математических выкладок нетрудно убедиться, что для малых углов $\varphi_{H1} \approx \varphi_{H2} \approx \varphi_H$, $\varphi_M \approx \frac{B_1 - B_1}{B_1} \cdot \varphi_H$ (рисунок

1). Если считать длины b_H , b_M постоянными, то коэффициент передачи навески равен

$$k_H = \frac{\varphi_M}{\varphi_H} = 1 - \frac{B_1}{B_1}. \quad (3)$$

После преобразований получим:

$$\begin{aligned} \dot{x}_M &= \dot{x}_m + B_m \dot{\varphi}_m \varphi_m + B_H (\dot{\varphi}_m - \dot{\varphi}_H) (\varphi_m - \varphi_H) + B_M (\dot{\varphi}_m - k_H \dot{\varphi}_H) (\varphi_m - k_H \varphi_H), \\ \dot{y}_M &= \dot{y}_m + B_m \dot{\varphi}_m + B_H (\dot{\varphi}_m - \dot{\varphi}_H) + B_M (\dot{\varphi}_m - k_H \dot{\varphi}_H). \end{aligned}$$

Выражение для кинетической энергии после соответствующих подстановок и преобразований примет вид:

$$\begin{aligned} T = \frac{1}{2} \{ & m_a (\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2) + J_m^{pp} \dot{\varphi}_m^2 + J_M^{pp} \dot{\varphi}_H^2 + J_M^{pp} \dot{\varphi}_M^2 + 2m_m \dot{x}_m \dot{\varphi}_m [B_m \varphi_m + B_H (\varphi_m - \varphi_H) + \\ & B_M (\varphi_m - k_H \varphi_H)] + 2m_M \dot{x}_m \dot{\varphi}_H [-B_H (\varphi_m - \varphi_H) - k_H B_M (\varphi_m - k_H \varphi_H)] + 2m_M \dot{\varphi}_m \dot{\varphi}_H [-B_H^2 - \\ & k_H B_M^2 - B_m B_H - k_H B_m B_M - B_M B_H (1 + k_H) - k_H J_M] + 2m_M \dot{y}_m \dot{\varphi}_m (B_m + B_H + B_M) + \\ & 2m_M \dot{y}_m \dot{\varphi}_H (B_H - k_H B_M) \}, \quad (4) \end{aligned}$$

где $J_m^{pp} = J_m + J_M + m_M (B_m + B_H + B_M)^2$, $J_M^{pp} = k_H^2 J_M + m_M (B_H + k_H B_M)^2$,

m_m, J_m и m_M, J_M – масса и момент инерции относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс, соответственно трактора и машины;

J^{pp} – приведенный момент инерции.

Потенциальная энергия агрегата складывается из потенциальной энергии боковых и продольных составляющих сил тяжести трактора и машины.

Следовательно,

$$Q_q^{(n)} = \frac{\partial n}{\partial q},$$

$$Q_{x_m}^{(n)} = \pm G_a \sin \eta, \quad Q_{y_m}^{(n)} = \pm G_a \sin \zeta, \quad (5)$$

$$Q_{\varphi_m}^{(n)} = \pm G_M \sin \eta [B_m \varphi_m + B_H (\varphi_m - \varphi_H) + B_M (\varphi_m - k_H \varphi_H)] G_M \sin \zeta (B_m + B_H + B_M)$$

$$Q_{\varphi_H}^{(n)} = \pm G_M \sin \zeta [B_H (\varphi_m - \varphi_H) + k_H B_M (\varphi_m - k_H \varphi_H)] \pm G_M \sin \zeta (B_H + k_H B_M),$$

где ζ, η – углы бокового и продольного склона местности,

G_m, G_M, G_a – вес трактора, рабочей машины и агрегата.

$$\text{Если } M_p = K_p (\dot{\varphi}_m - k_H \dot{\varphi}_H), \text{ то } \Phi = \frac{1}{2} k_p (\dot{\varphi}_m - k_H \dot{\varphi}_H)^2, \quad Q_q^{(\Phi)} = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}}, \quad (6)$$

$$Q_{\varphi_m}^{(n)} = K_p (\dot{\varphi}_m - k_H \dot{\varphi}_H), \quad Q_{\varphi_H}^{(n)} = k_H (\dot{\varphi}_m - k_H \dot{\varphi}_H),$$

где k_p – коэффициент сопротивления повороту машины.

Вычисление обобщенных сил $Q_q^{(F)}$ проведем по отдельным вариациям обобщенных координат системы, полагая

$$(\delta W_q) = Q_q^{(F)} (\delta q = x_m, y_m, \varphi_m, \varphi_H).$$

Здесь δW_q – элементарная работа приложенных сил при вариации координаты δq . Выделяя из совокупности виртуальных перемещений только то перемещение, в котором варьируется данная обобщенная координата, получим

$$Q_{x_m}^{(F)} = -Y_n (\varphi_m + Q) - P_{fn} + Y_3 \varphi_m - P_{f3} + Y_M (\varphi_m - k_H \varphi_H) - P_{kp},$$

$$Q_{y_m}^{(F)} = Y_n - P_{fn} (\varphi_m + \theta) - Y_3 - P_{f3} \varphi_m + P_k \varphi_m + Y_M - P_{kp} (\varphi_m - k_H \varphi_H),$$

$$Q_{\varphi_m}^{(F)} = a_0 Y_n - a_0 \theta P_{fn} + B_0 Y_3 - Y_M (B_m B_H B_0) - P_{kp} \varphi_H [k_H B_m - (1 - k_H) B_H] + M_1 + n M_2$$

$$Q_{\varphi_H}^{(F)} = Y_M (B_m + k_H C_0) - P_{kp} B_H \varphi_H (1 - k_H) - k_H M_2. \quad (7)$$

где M_2 – отклоняющий момент, действующий на машину.

$$M_1 = \left[(P'_k - P''_k) - (P'_{f3} - P''_{f3}) - (P'_{fn} - P''_{fn}) \right] \cdot \frac{B_k}{2},$$

$$P_k = P'_k + P''_k, \quad P_{f3} = P'_{f3} + P''_{f3}, \quad P_{fn} = P'_{fn} + P''_{fn}.$$

Для навески $n = 1$; для прицепной машины M_2 передается на трактор через составляющую $\frac{M_2}{B_H + C_0}$ (рис. 2), тогда $n = \frac{B_m}{B_H + C_0}$.

Боковые реакции выразим обычным способом

$$Y_n = k_H \alpha_n, \quad Y_3 = k_3 \alpha_3, \quad Y_M = k_M \alpha_M. \quad (8)$$

Углы увода передней α_n и задней α_3 осей трактора и центра сопротивления рабочей машины определим по известной методике [4, 5] из схемы рисунка 3

$$\alpha_n = \theta - \frac{\vartheta_c + a_0 \dot{\varphi}_m}{\vartheta_0}, \quad \alpha_3 = \frac{\vartheta_c - B_0 \dot{\varphi}_m}{\vartheta_0}, \quad (9)$$

$$\alpha_M = \kappa_H \varphi_H + \frac{-v_c + B_m \dot{\varphi}_m + B_H(\dot{\varphi}_m - \dot{\varphi}_H) + c_0(\dot{\varphi}_m - \kappa_H \dot{\varphi}_H)}{v_0},$$

где v_c, j_c – боковые составляющие скорости и ускорения центра масс на тракторе.

После дифференцирования выражения для кинетической энергии по соответствующим переменным и подстановки всех членов уравнения в исходное уравнение (1), получим систему дифференциальных уравнений движения агрегата:

$$\begin{aligned} & m_a \ddot{x}_m + m_M [B_m \varphi_m + B_H(\varphi_m - \varphi_H) + B_M(\varphi_m - K_H \varphi_H)] \ddot{\varphi}_m - m_M \ddot{\varphi}_H [B_H(\varphi_m - \varphi_H) + K_H B_M(\varphi_m - K_H \varphi_H)] + m_M \dot{\varphi}_m^2 (B_m + B_H + B_M) + m_M \varphi_H^2 (B_H + K_H^2 B_M) - \\ & 2m_M \dot{\varphi}_m \dot{\varphi}_H (B_H + K_H B_M) = -Y_n(\varphi_m + \Theta) + Y_3 \varphi_m - Y_M(\varphi_m - K_H \varphi_H) - P_{fn} - P_{f3} + P_K - \\ & P_{KP} \pm G_a \sin \eta, \\ & m_a \ddot{y}_m + m_M \ddot{\varphi}_m (B_m + B_H + B_M) - m_M \ddot{\varphi}_H (B_H + K_H B_M) - m_M \dot{\varphi}_H (B_H + K_H B_M) - \\ & m_M \varphi_m^2 [B_m \varphi_m + B_H(\varphi_m - \varphi_H) + B_M(\varphi_m - K_H \varphi_H)] - m_M \dot{\varphi}_H^2 [B_H(\varphi_m - \varphi_H) + \\ & K_H^2 B_M(\varphi_m - K_H \varphi_H)] + 2m_M \dot{\varphi}_m \dot{\varphi}_H [B_H(\varphi_m - \varphi_H) + K_H B_M(\varphi_m - K_H \varphi_H)] = Y_n - Y_3 + Y_M - \\ & P_{fn}(\Theta + \varphi_m) - P_{f3} \varphi_m + P_K \varphi_m - P_{KP}(\varphi_m - K_H \varphi_H) \pm G_a \sin \varsigma, \\ & [J_m + J_M + m_M (B_m^2 + B_H^2 + B_M^2)] \ddot{\varphi}_m + 2m_M \dot{\varphi}_m (B_m B_H + B_m B_M + B_M B_H) + \\ & m_M \ddot{x}_m [B_m \varphi_m + B_H(\varphi_m - \varphi_H) + B_M(\varphi_m - K_H \varphi_H)] - m_M \dot{\varphi}_H (B_H^2 + K_H B_M^2 + B_m B_H + \\ & K_H B_m B_M + B_M B_H + K_H B_M B_H + \frac{K_H}{m_M} J_M) + m_M \ddot{y}_m (B_m + B_H + B_M) + m_M \varphi_H^2 \times [B_m B_H \varphi_H + \\ & K_H^3 B_m B_M \varphi_H + (1 - K_H)^2 B_M B_H \varphi_H + K_H (1 - K_H)^2 B_M B_H \varphi_H] - 2m_M \dot{\varphi}_m \dot{\varphi}_H \varphi_H [B_m B_H + \\ & K_H^2 B_m B_M + (1 - K_H)^2 B_m B_H] = Y_n a_0 - P_{fn} a_0 \Theta + Y_3 B_0 - Y_M (B_m + B_H + c_0) - \\ & P_{KP} [K_H B_m \varphi_H - (1 - K_H) B_m \varphi_H - (1 - K_H) B_H \varphi_H] + M_1 + M_2 + K_p (\dot{\varphi}_m - K_H \dot{\varphi}_H) \pm \\ & G_M \sin \eta [B_m \varphi_m + B_H(\varphi_m - \varphi_H) + B_M(\varphi_m - K_H \varphi_H)] \pm G_M \sin \varsigma (B_m + B_H + B_M), \\ & [J_M K_H^2 + m_M (B_H^2 + K_H^2 B_M^2)] \ddot{\varphi}_H + 2m_M K_H B_M B_H \ddot{\varphi}_H - m_M \ddot{x}_m \times [B_H(\varphi_m - \varphi_H) + \\ & K_H B_M(\varphi_m - K_H B_M(\varphi_m - K_H \varphi_H))] - m_M \ddot{y}_m (B_H + K_H B_M) - m_M \dot{y}_m \times [B_H^2 + K_H B_M^2 + B_m B_H + \\ & K_H B_m B_M + B_M B_H + K_H B_M B_H + \frac{K_H}{m_M} J_M] + m_M \varphi_m^2 \varphi_H [B_m B_H + K_H^2 B_m B_M + (1 - K_H)^2 B_M B_H] = \\ & Y_M (B_H + K_H c_0) - P_{KP} B_H (1 - K_H) \varphi_M - K_H M_2 - K_H K_p (\dot{\varphi}_m - K_H \dot{\varphi}_H) \pm G_M \sin \eta [B_H(\varphi_m - \\ & \varphi_H) + K_H B_M(\varphi_m - K_H \varphi_H)] \pm G_M \sin \varsigma (B_H + K_H B_M). \end{aligned} \quad (10)$$

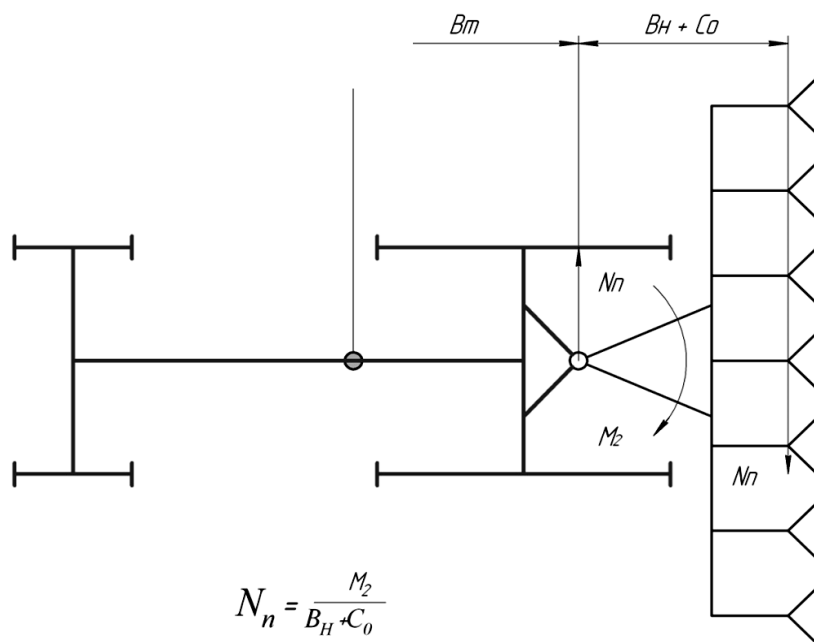


Рис. 2. Схема передачи отклоняющего момента с рабочей машины на трактор

Произведя замену

$$\ddot{x}_m = j_c \varphi_m, \quad \ddot{Y}_m = j_c, \quad j_c = \dot{v}_c + v_0 \dot{\varphi}_m$$

Запишем уравнения (10) в проекции на связанные координатные оси (членами второго и выше порядка малости пренебрегаем):

$$v_0 = const,$$

$$v_c + a_{11}v_c + a_{12}\ddot{\varphi}_m + a_{13}\dot{\varphi}_m + a_{14}\varphi_m + a_{15}\ddot{\varphi}_H + a_{16}\dot{\varphi}_H + a_{17}\varphi_H = a_{1\theta}\Theta \pm a_{1Y}G_a \sin \zeta,$$

$$a_{20}\dot{v}_c + a_{21}v_c + a_{22}\ddot{\varphi}_m + a_{23}\dot{\varphi}_m + a_{24}\varphi_m + a_{25}\dot{\varphi}_H + a_{26}\dot{\varphi}_H + a_{27}\varphi_H = a_{20}\Theta \pm$$

$$a_{2Y}G_M(B_m + B_H + B_M) \sin \zeta + \frac{1}{m_M}M_1 + a_{2M}M_2,$$

$$a_{30}\dot{v}_c + a_{31}v_c + a_{32}\ddot{\varphi}_m + a_{33}\dot{\varphi}_m + a_{34}\varphi_m + a_{35}\ddot{\varphi}_H + a_{36}\dot{\varphi}_H + a_{37}\varphi_H$$

$$= \pm G_M(B_H + K_H B_M) \sin \zeta + K_H M_2,$$

где a_{ik} – коэффициенты, зависящие от параметров агрегата.

Совместно с кинематическим уравнением

$$\dot{Y}_m - v_c + v_0 \varphi_m = 0, \quad (12)$$

система дифференциальных уравнений (11) и определяет движение агрегата – объекта управления.

Наша задача заключается в получении уравнений, характеризующих отклонения параметров действительной траектории движения агрегата относительно параметров заданной территории. Если $Y_m^*, \varphi_m^*, \varphi_H^*, v_c^*, \Theta^*$ – параметры заданного движения, то $\Delta Y_m, \Delta \varphi_m, \Delta \varphi_H, \Delta v_c$ – соответствующие отклонения параметров криволинейной

территории. При этом к агрегату как к объекту управления приложены внешние воздействия – управляющее $\Delta\theta$ и возмущающие Y_B, M_B .

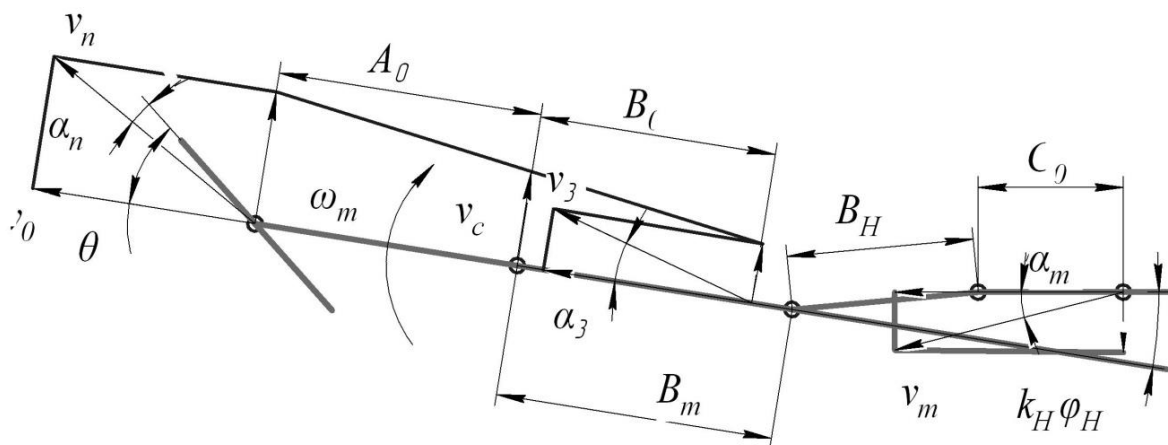


Рис. 3. Схема к определению углов бокового увода осей трактора и рабочей машины

Боковая возмущающая сила Y_B появляется вследствие действия поперечных микронеровностей поля и боковых колебаний трактора. Причиной появления возмущающего момента M_B может быть изменение сопротивления качению колес левой и правой стороны или изменение рабочего сопротивления по ширине захвата машины – орудия.

Ограничимся рассмотрением случая, когда сила Y_B приложена в центре инерции трактора, а момент $M_B = \Delta M_2$ – к машине – орудию. Таким образом, в действительном движении

$$Y_m = Y_m^* + \Delta Y_m, \quad \varphi_m = \varphi_m^* + \Delta \varphi_m, \quad \varphi_H = \varphi_H^* + \Delta \varphi_H, \quad v_c = v_c^* + \Delta v_c. \quad (13)$$

Подставляем эти соотношения, а также величины $\Delta\theta, Y_B, M_B$ в исходные уравнения (11, 12) и разлагаем члены уравнения в ряд Тейлора; величинами в разложении второго и более высоких порядков малости пренебрегаем. После соответствующих преобразований получим:

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= const, \\ \Delta \dot{v}_c + a_{11} \Delta v_c + a_{12} \Delta \ddot{\varphi}_m + a_{13} \Delta \dot{\varphi}_m + a_{14} \Delta \varphi_m + a_{15} \Delta \ddot{\varphi}_H + a_{16} \Delta \dot{\varphi}_H + a_{17} \Delta \varphi_H &= a_{1\theta} \Delta \theta \pm a_{1Y} Y_B, \\ a_{20} \Delta \dot{v}_c + a_{21} \Delta v_c + a_{22} \Delta \ddot{\varphi}_m + a_{23} \Delta \dot{\varphi}_m + a_{24} \Delta \varphi_m + a_{25} \Delta \ddot{\varphi}_H + a_{26} \Delta \dot{\varphi}_H + a_{27} \Delta \varphi_H &= a_{20} \Delta \theta + a_{2M} M_B, \\ a_{30} \Delta \dot{v}_c + a_{31} \Delta v_c + a_{32} \Delta \ddot{\varphi}_m + a_{33} \Delta \dot{\varphi}_m + a_{34} \Delta \varphi_m + a_{35} \Delta \ddot{\varphi}_H + a_{36} \Delta \dot{\varphi}_H + a_{37} \Delta \varphi_H &= a_{3M} M_B, \\ \Delta \dot{Y}_m - \Delta v_c + v_0 \Delta \varphi_m &= 0. \end{aligned} \right\} (14)$$

Для агрегата с прицепной машиной коэффициенты уравнений примут значения a'_{ik} , при этом необходимо положить $K_H=1$, $\Delta\varphi_H = \Delta\varphi_M$. При блокированной навеске машины $\varphi_H = const$ ($\varphi_H = 0$ – частный случай), $\Delta\varphi_H = 0$ и четвертое уравнение системы (14) следует отбросить как не имеющее смысла (данное уравнение получено при дифференцировании выражения (2) по обобщенной скорости $\dot{\varphi}_H$):

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= const, \\ \Delta\dot{v}_c + a_{11}\Delta v_c + a_{12}\Delta\ddot{\varphi}_m + a_{13}\Delta\dot{\varphi}_m + a_{14}\Delta\varphi_m &= a_{1\theta}\Delta\theta \pm a_{1Y}Y_B, \\ a_{20}\Delta\dot{v}_c + a_{21}\Delta v_c + a_{22}\Delta\ddot{\varphi}_m + a_{23}\Delta\dot{\varphi}_m + a_{24}\Delta\varphi_m &= a_{20}\Delta\theta + a_{2M}M_B, \\ \Delta\dot{Y}_m - \Delta v_c + v_0\Delta\varphi_m &= 0. \end{aligned} \right\} (15)$$

При транспортном положении навесной машины в коэффициентах уравнений (15) следует положить $K_M=0$ и учесть изменение V_H, C_0 .

Известно, что наиболее удобно и полно исследование динамических свойств системы производится с помощью ее передаточных функций.

Рассмотрим получение передаточных функций на примере агрегата с неблокированной навеской машины. После выполнения преобразований Лапласа уравнения (14) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} (p + a_{11})\Delta v_c(P) + (a_{12}p^2 + a_{13}p + a_{14})\Delta\varphi_m(P) + (a_{15}p^2 + a_{16}p + a_{17})\Delta\varphi_H(P) &= \\ a_{10}\Delta\theta(P) + a_{1Y}Y_B(P), \\ (a_{20}p + a_{21})\Delta v_c(P) + (a_{22}p^2 + a_{23}p + a_{24})\Delta\varphi_m(P) + (a_{25}p^2 + a_{26}p + a_{27})\Delta\varphi_H(P) &= \\ a_{2\theta}\Delta\theta(P) + a_{2M}M_B(P), (a_{30}p + a_{31})\Delta v_c(P) + (a_{32}p^2 + a_{33}p + a_{34})\Delta\varphi_m(P) + (a_{35}p^2 + \\ a_{36}p + a_{37})\Delta\varphi_H(P) &= a_{3M}M_B(P), \\ p\Delta Y_m(P) - \Delta v_c(P) + v_0\Delta\varphi_m(P) &= 0. \end{aligned} \right\} (16)$$

Определитель этой системы равен:

$$A(P) = \begin{vmatrix} 0 & p + a_{11} & a_{12}p^2 + a_{13}p + a_{14} & a_{15}p^2 + a_{16}p + a_{17} \\ 0 & a_{20}p + a_{21} & a_{22}p^2 + a_{23}p + a_{24} & a_{25}p^2 + a_{26}p + a_{27} \\ 0 & a_{30}p + a_{31} & a_{32}p^2 + a_{33}p + a_{34} & a_{35}p^2 + a_{36}p + a_{37} \\ 0 & a_{30}p + a_{31} & a_{32}p^2 + a_{33}p + a_{34} & a_{35}p^2 + a_{36}p + a_{37} \\ p & -1 & +v_0 & 0 \end{vmatrix} = \\ = p(A_1p^5 + A_2p^4 + A_3p^3 + A_4p^2 + A_5p + A_6), \quad (17)$$

где коэффициенты A_i подсчитываются при решении определителя обычным путем.

Используя систему уравнений (16), можно определить передаточные функции

агрегата, характеризующие его боковое возмущенное движение. Так как в этом движении изменяются вариации $\Delta Y_m, \Delta \varphi_m, \Delta \varphi_H$, являющиеся выходными величинами, а входными величинами являются управляющее воздействие $\Delta \theta$ и возмущающие воздействия Y_B, M_B , то для каждой пары входных и выходных величин можно записать свою передаточную функцию.

Рассмотрим в качестве примера вывод передаточных функций агрегата для выходной величины ΔY_m . Решив систему алгебраических уравнений (16) относительно $\Delta Y_m(P)$, имеем:

$$\Delta Y_m(P) = \frac{1}{A(P)} \begin{vmatrix} a_{10}\Delta\theta + a_{1Y}Y_B & p + a_{11} & a_{12}p^2 + a_{13}p + a_{14} & a_{15}p^2 + a_{16}p + a_{17} \\ a_{20}\Delta\theta + a_{2M}M_B & a_{20}p + a_{21} & a_{22}p^2 + a_{23}p + a_{24} & a_{25}p^2 + a_{26}p + a_{27} \\ a_{3M}M_B & a_{30}p + a_{31} & a_{32}p^2 + a_{33}p + a_{34} & a_{35}p^2 + a_{36}p + a_{37} \\ 0 & -1 & +v_0 & 0 \end{vmatrix}$$

Раскрыв определитель, получим следующее выражение:

$$\Delta Y_m(P) = W_{\theta}^{Y_m}(P)\Delta\theta(P) + W_{Y_B}^{Y_m}(P)Y_B(P) + W_{M_B}^{Y_m}(P)M_B(P), \quad (18)$$

где $W_{\theta}^{Y_m}(P) = \frac{\Delta Y_m(P)}{\Delta\theta(P)}$, ..., $W_{M_B}^{Y_m}(P) = \frac{\Delta Y_m(P)}{M_B(P)}$ – передаточные функции агрегата,

соответствующие различным входным величинам (в обозначениях передаточных функций нижний индекс отвечает входной величине, верхний – выходной).

Так, например, передаточная функция $W_{\theta}^{Y_m}(P)$ определяется выражением

$$W_{\theta}^{Y_m}(P) = \frac{B_1p^4 + B_2p^3 + B_3p^2 + B_4p + B_5}{P(A_1p^5 + A_2p^4 + A_3p^2 + A_4p^2 + A_5p + A_6)}. \quad (19)$$

Аналогично можно определить и другие передаточные функции агрегата, принимая за выходные величины $\Delta Y_m, \Delta \varphi_m, \Delta \varphi_H$, а за входные $\Delta \theta, Y_B, M_B$. Для этого коэффициенты при соответствующем внешнем воздействии вписываются в столбец определителя (17) вместо коэффициентов при данной выходной величине. Полученный таким образом определитель будет числителем передаточной функции. Знаменателем передаточной функции является определитель (17). Отметим, что при нахождении передаточных функций для выходных величин $\Delta \varphi_m, \Delta \varphi_H$ можно рассматривать только первые три уравнения системы (16), так как вариация ΔY_m в четвертом уравнении не входит в первые три уравнения.

Для агрегата с прицепной машиной или заблокированной навеской коэффициенты передаточных функций запишутся с индексами «один штрих» или «два штриха».

Получение передаточных функций для угловых и линейных скоростей предусматривает обычную замену, к примеру:

$$\Delta\omega_m = \frac{d\Delta\varphi_m}{dt}, \Delta\omega_H = \frac{d\Delta\varphi_H}{dt}.$$

Используя передаточные функции, можно решать многие задачи динамики агрегата в движении рыскания. Мы ограничимся исследованием устойчивости движения и чувствительности агрегата (при различных схемах комплектования) к управляющему и возмущающему воздействиям.

Список использованных источников:

1. Сергеев Н.В., Показатели бокового увода ведущего колеса на грунтовых основаниях // Научная молодежь – агропромышленному комплексу: сборник научных трудов. – Зерноград: ФГОУ ВПО АЧГАА. – 2003. – С. 166–168.
2. Лебедев В.А., Карабанов В.А. Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами. – Москва: Машиностроение, 1965. – 420 с.
3. Динамика системы дорога – шина – автомобиль – водитель / под ред. А.А. Хачатурова. – Москва: Машиностроение, 1976. – 535 с., ил.
4. Ганькин, Ю.А. Моделирование управляемого движения машинно-тракторного агрегата. – Москва: Изд-во МСХА, 1994. – 84 с.
5. Ганькин, Ю.А. Динамика управляемого движения мобильных машин. – Самара.: Самар. дом. печати, 1997. – 184 с.

Цитирование:

Сергеев Н.В., Липкович И.Э. Анализ траектории движения сельскохозяйственного агрегата [Электрон. ресурс] // АгроЭкоИнфо: Электронный научно-производственный журнал. – 2025. – № 1. – Режим доступа: http://agroecoinfo.ru/STATYI/2025/1/st_112.pdf
DOI: <https://doi.org/10.51419/202151112>.